

Обозначим через γ_n следующую окружность:

$$\gamma_n = \left\{ p : |p - p_n| = \frac{1}{4} \left[\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2 + 1} - \frac{n^2}{n^2 + 1} \right] \right\},$$

где $p_n = -i \frac{n^2}{n^2 + 1}$.

Так же, как и выше в этом разделе, можно показать, что $F(p)$ на γ_n имеет предельную оценку

$$|F(p)| \leq 2MC_2.$$

Таким образом, задача сведена к случаю, когда $0 \leq t < \infty$.

Таким образом, Теорема 3 доказана.

Литература

1. Chen P.J., Gurtin M.E., Wurlams W.O. A note on nonsimple heat conduction. // Z. Angew. Phys. 1968, 19, p. 969–970.
2. Chen P.J., Gurtin M.E., On a theory of heat conduction involving two temperatures. Z. Angew. Math. Phys. 1968, 19, p. 617–637.
3. Лаврентьев М.М. О внутренних задачах для дифференциальных уравнений // Методы решения некорректных задач и их приложения. – Новосибирск, 1982. – С. 68–72.
4. Asanov A. and Atamanov E.R. Nonclassical and Inverse Problems for Pseudoparabolic Equations. (VSP, Utrecht – Tokyo, 1997) 152 p.
5. Shishatskii S.P., Asanov A., Atamanov E.R. Uniqueness Problems for Degenerating Equations and Nonclassical Problems (VSP, Utrecht. Tokyo, 2001), 178 p.
6. Евграфов М.А. Аналитические функции. – М.: "Наука", 1968.
7. Ленг С. Алгебраические числа. – М.: "Мир", 1966.

А.Т. Баканова,

магистр экономики,
преподаватель направления "Экономика"

Спрос на деньги в Кыргызской Республике

Введение

Среди основных задач центральных банков в рамках осуществления денежно-кредитной политики выделяются следующие две задачи: недопущение высоких темпов инфляции и обеспечение роста производства. Инструментом одновременного решения этих (иногда противоречащих друг другу) задач является поддержание денежного равновесия в экономике, т.е. увязка предложения денег со спросом на них на уровне, соответствующем целевым показателям по инфляции и экономическому росту.

В самой общей формулировке под “спросом на деньги” понимается то количество денег, которое необходимо домашним хозяйствам, предприятиям и правительству для совершения операций и сохранения сбережений. Или, другими словами, спрос на деньги – это такое количество денег, которое выполняет две основные функции – служит средством обращения и средством сбережения на уровне, удовлетворяющем потребности населения, предприятий и правительства.

Под “денежным” предложением понимается созданное банковской системой количество денег

Равновесие – это устойчивое равенство спроса и предложения. Результат денежного равновесия – стабильная равновесная цена такого товара, как деньги. При этом достигается стабильность как внутренней цены денег, т.е. процентных ставок, так и внешней цены национальной валюты – обменного курса. Стабильность денежного рынка приводит к стабильности цен на товарных рынках, т.е. минимальному уровню инфляции.

Следовательно, задача центрального банка – обеспечение соответствия создаваемого денежного предложения существующему спросу. В этой связи актуальной практической задачей является анализ спроса на деньги и прогнозирование изменений его объемов. Наличие обоснованных прогнозов спроса на деньги позволяет вносить изменения в практику использования инструментов денежно-кредитного регулирования с целью достижения оптимального объема денежной массы.

Центральный банк имеет возможность как прямого регулирования предложения денег через определение объемов эмиссии и установление нормы обязательных резервов, так и косвенного управления спросом через регулирование процентных ставок и, прежде всего, ставки рефинансирования.

Целью данной работы является количественная оценка спроса на реальные денежные остатки и изучение возможности использования эконометрической модели для прогнозирования спроса на деньги. Точная оценка спроса на деньги играет исключительно важную роль в разработке денежно-кредитной политики. Ниже остановимся на одном из широко известных и применяемых в мировой практике способов решения данной задачи.

Описание эконометрической модели

Как правило, функцию спроса на деньги в долгосрочном периоде можно выразить в следующем виде:

$$M^d = f(P, Y, R),$$

где M^d – спрос на номинальные денежные остатки; P – уровень цен; Y – переменная масштаба (реальный доход), R – вектор показателей доходности различных активов, альтернативных денежным остаткам.

Функция спроса на деньги является возрастающей по P и Y , убывающей по тем элементам вектора R , которые относятся к активам, не входящим в рассматриваемый денежный агрегат M , и возрастающей по тем элементам R , которые отражают доходность активов, входящих в соответствующий денежный агрегат M .

Как правило, под спросом на деньги подразумевается спрос на реальные денежные остатки. Тогда функция спроса на деньги будет иметь следующий вид:

$$M^d/P = f(Y, R).$$

Кратко охарактеризуем основные проблемы, возникающие при практическом построении модели.

Во-первых, это выбор денежного агрегата для анализа и прогнозирования (с M0 до M2X). Традиционно предпочтение отдается агрегату M1 – сумме вкладов до востребования в банковской системе и наличных денег в обращении. Тем не менее, достаточно часто в исследуемое понятие денежной массы включают срочные и сберегательные вклады (агрегат M2). Реже используется показатель совокупной денежной массы M2X, который включает обязательства банковской системы перед резидентами в иностранной валюте. Дополнительно осложняет выбор то, что определение границ между агрегатами сильно зависит от специфики и развитости денежных систем исследуемых стран. Два основных критерия выбора: а) регулярность, оперативность и надежность необходимой статистической информации; б) стабильность построенной на основании выбранного агрегата функции спроса на деньги. Последнее может быть определено только эмпирическим путем, т.е. на основании множества численных экспериментов. Как правило, чем шире исследуемый агрегат, тем полезнее иметь его прогноз для анализа всего спектра денежно-кредитных отношений, но и тем сложнее органам денежно-кредитного регулирования контролировать его величину.

Во-вторых, выбор между номинальными и реальными значениями переменных (переменные разделены на общий уровень цен). В качестве аргумента в пользу записи уравнения спроса на деньги с использованием величин в реальном выражении выступает взаимосвязь реальных денег с покупательной способностью населения.

Третья проблема связана с предыдущей и заключается в том, какой показатель уровня цен использовать для расчета реальных значений переменных. На практике ни один из трех наиболее распространенных показателей (дефлятор ВВП, индексы потребительских и оптовых цен) не отражают в полной мере уровень инфляции. Например, в некоторых странах субсидируются цены на основные категории товаров, по которым рассчитывается ИПЦ.

В-четвертых, выбор функциональной формы уравнения. Большинство уравнений имеют линейную или логарифмическую форму. Логарифмическое уравнение очень удобно, т.к. при этом коэффициенты регрессии являются коэффициентами эластичности.

В-пятых, выбор переменной масштаба, связанной с экономическими операциями. Наиболее часто используется валовой внутренний продукт (ВВП). В зависимости от отраслевой структуры экономики конкретной страны для целей построения адекватной модели отдельные отрасли могут исключаться из ВВП. Также могут использоваться валовой национальный продукт (ВНП) (актуально для стран с большим числом рабочих-мигрантов) или показатель национального богатства (как правило, только для промышленно развитых стран, где доступны необходимые статистические данные).

И, наконец, самой сложной проблемой является выбор переменной относительной цены денег, или относительной привлекательности хранения денег по сравнению с другими финансовыми активами. Выбор зависит как от исследуемого денежного агрегата, так и в значительной степени от специфики конкретной экономики. В качестве относительной стоимости денег могут выступать различные номинальные или реальные, долгосрочные или краткосрочные процентные ставки (рефинансирования, по кредитам, по депозитам, по определенным видам ценных бумаг), разница

между процентными ставками по денежным и другим финансовым активам, показатели инфляции, а также показатели, характеризующие ожидаемое изменение валютного курса. Так, если прогнозируется агрегат M1, т.е. объем денег, приносящих минимальный процентный доход, в качестве показателя альтернативной стоимости хранения денег чаще используется номинальная ставка рефинансирования или инфляция. То же самое делается в случае недостаточного уровня развития финансовых рынков и при долгосрочной стабильности процентных ставок.

В мировой практике вышеуказанные вопросы выбора решаются по-разному с учетом особенностей экономики конкретной страны. Для экономики Кыргызстана спецификация функции спроса на деньги будет отличаться от тех, которые обычно применяются в развитых странах. Это обуславливается рядом причин, таких, как высокая степень государственного вмешательства в экономику, неразвитость финансовых рынков, отсутствие надежной статистики по ряду показателей и отрицательность значений процентных ставок в условиях высокой инфляции.

Исходными данными при разработке нашей модели были денежно-кредитные обзоры, индексы потребительских цен и цен производителей, показатели ВВП, промышленного и сельскохозяйственного производства, розничного товарооборота, заработной платы, уровня инфляции, доходности по трехмесячным ГКВ, обменного курса, степени монетизации в республике с января 1995 года по апрель 2003 года, скорректированные на сезонность¹.

Учитывая вышеуказанное, функция краткосрочного спроса на деньги может быть выражена в следующем виде:

$$lrm_t = \alpha_0 + \alpha_1 ly + \alpha_2 inf + \alpha_3 rir + \alpha_4 rer + \alpha_5 ldm + \alpha_6 lrm_{t-n} + e_t$$

где lrm – логарифм M1, M2, и M2X; ly – логарифм от показателя объема сделок, дохода или продукции; inf – уровень инфляции, измеряемый процентным изменением индекса потребительских цен (CPI); rir – реальная ставка процента, равная разнице между номинальной ставкой процента (трехмесячные ГКВ) и уровнем инфляции; rer – логарифм номинального обменного курса (количество сомов за 1 доллар США); ldm – логарифм степени монетизации, измеряемый отношением M2 к ВВП; lrm_{t-n} – логарифм денежного агрегата за предыдущий период.

Поскольку уровень долларизации экономики Кыргызстана оценивается как весьма высокий, использование показателя обменного курса в функции спроса на деньги является оправданным. Он характеризует процесс валютного замещения и в определенной степени является альтернативой показателям, отражающим процентные ставки. Процентная ставка в качестве переменной альтернативной стоимости включена в функцию спроса на деньги в целях проверки гипотезы её значимости в объяснении спроса на деньги.

Можно назвать пять доступных из официальной статистики макроэкономических показателей за данный период, которые являются претендентами на роль переменной y в уравнении спроса на деньги: ВВП, средняя заработная плата, объем про-

¹ Данные процентных ставок по кредитам и депозитам имеются только с декабря 1997 по апрель 2003 года. При использовании этих переменных количество наблюдений уменьшится, что значительно ухудшает качество модели. К тому же, данные переменные оказались незначимыми.

мышленного и сельскохозяйственного производства и розничный товарооборот. Полученные оценки показывают, что лучшим объясняющим фактором по всем показателям является показатель ВВП. Все остальные показатели значительно уступают ему и во всех случаях являются статистически незначимыми.

Результаты

Следуя вышеуказанной спецификации, функция краткосрочного спроса на M1, M2 и M2X была оценена с применением метода наименьших квадратов. Для оценки спроса на деньги применялись ежемесячные данные за период январь 1995 года – апрель 2003 года. Результаты представлены в таблице 1. В скобках под коэффициентами указаны значения t-статистики.

Таблица 1.

Переменные	Коэффициенты (M1)	Коэффициенты (M2)	Коэффициенты (M2X)
Constant	0.880801* (4.05965)	0.754804* (4.33238)	0.867269* (5.86220)
LY	0.077526 (1.45090)	0.277992* (5.11792)	0.257674* (5.31784)
Inflation	-1.05654* (-4.89564)	-0.839338* (-4.80138)	-0.887585* (-6.32725)
LDM	0.235182* (4.50673)	0.382060* (7.47923)	0.327043* (7.76273)
LER	0.109062* (3.21411)	0.16337* (5.45294)	0.253332* (7.01262)
RIR	-0.00140263* (-5.24972)	-0.00136830* (-6.71889)	-0.00108715* (-6.49107)
LM1P(-1)	0.834168* (19.6751)	0.684450* (14.9662)	0.727390* (18.7923)
R²	0.950837	0.961619	0.978331
V	1.3%	0.99%	0.74%
Durbin's h	-1.33150	0.480499	1.28702

* – significant at 1% level

где R² – коэффициент детерминации, показывающий, насколько независимые переменные объясняют изменения зависимой переменной. Коэффициент изменяется от 0 до 1, чем ближе его значение к 1, тем выше качество модели.

V – относительная погрешность, равная отношению стандартной ошибки оценки, объясняемой переменной к её среднему значению.

Durbin's h – статистика, показывающая степень автокорреляции остатков (отклонений реальных значений от прогнозируемых). Если этот коэффициент незначим,

то мы отвергаем нулевую гипотезу о том, что в модели присутствует автокорреляция. Во всех трёх моделях этот коэффициент незначим.

t -статистика – определяется для каждого коэффициента регрессии как его отношение к стандартной ошибке оценки данного параметра и характеризует степень значимости данного фактора для уравнения регрессии.

Как видно из приведенной оценки, все знаки коэффициентов при независимых переменных соответствуют теоретическим положениям. Логарифм реального ВВП является значимым и оказывает положительное влияние на спрос на реальные денежные остатки. Его коэффициент обозначает краткосрочную эластичность. Степень монетизации – другой значимый фактор, который положительно влияет на спрос на деньги. Таким образом, это подтверждает гипотезу, предложенную некоторыми экономистами, о том, что степень монетизации является важной переменной в объяснении спроса на деньги в таких развивающихся странах, как Кыргызстан.

Коэффициенты при процентных ставках и инфляции не могут обозначать эластичности, так как переменные не выражены в логарифмической форме. Однако влияние изменений этих переменных на денежный спрос может быть выявлено исходя из значений и знаков коэффициентов. Коэффициент инфляции имеет ожидаемый знак и значим. Коэффициент процентной ставки имеет отрицательный знак, как и ожидалось, и он также значим в нашей модели. Это означает, что при повышении относительной цены денег, люди предпочитают иметь меньше денег. Мнение о том, что процентные ставки не играют роли в объяснении спроса на деньги, не подтверждается нашей моделью, так как коэффициент является значимым. Положительный коэффициент при обменном курсе обозначает, что в случае Кыргызстана валютное замещение больше, чем замещение активами.

Результаты регрессии для $M2$ и $M2X$ также представлены в таблице 1. Логарифм реального ВВП имеет положительный эффект и незначим. Логарифм степени монетизации имеет значимый положительный эффект на спрос для $M2$ и $M2X$. Коэффициенты уровня инфляции и реальной процентной ставки имеют ожидаемые отрицательные знаки и достаточно значимы как для $M2$, так и $M2X$. Коэффициент обменного курса имеет положительный знак, что опять-таки означает, что валютное замещение больше, чем замещение активами.

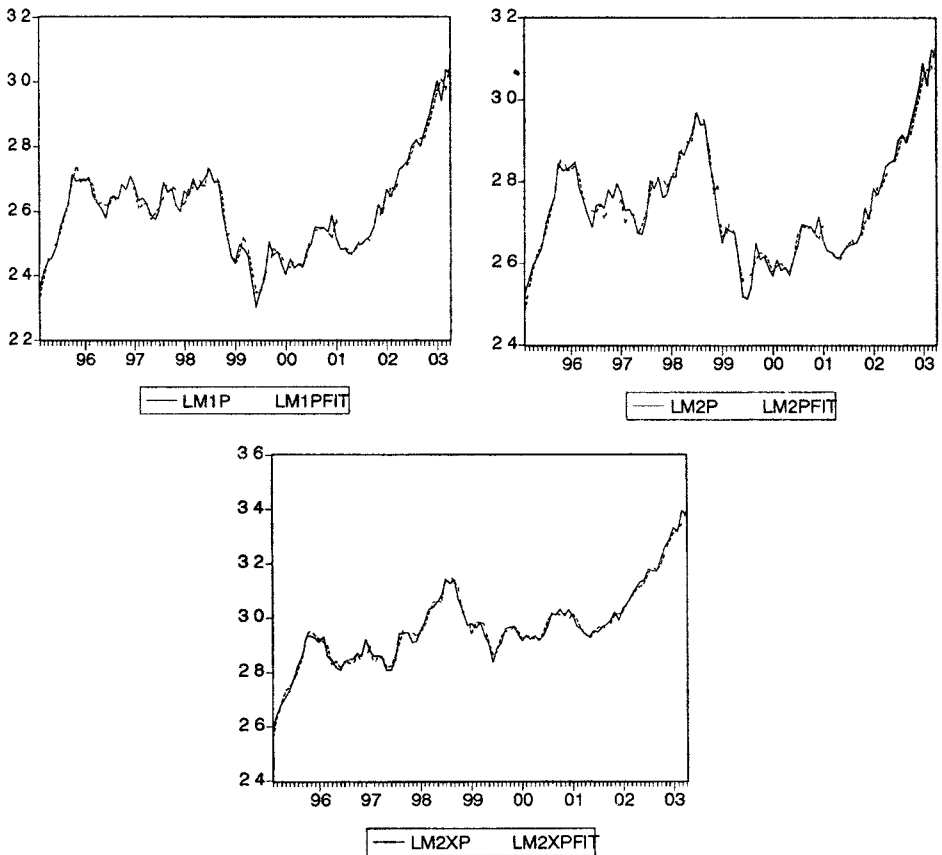
Таким образом, применение эконометрических методов оценки спроса на деньги в Кыргызстане подтверждает положения экономической теории. Приведем график, показывающий качество построенной модели. Из рисунка 1 видно, что фактические значения и значения, рассчитанные по модели, очень близки друг к другу, что подтверждает правильность выбора переменных, включенных в данную модель.

Заключение

В данной работе мы оценили спрос на деньги, используя различные денежные агрегаты в Кыргызстане за период с 1996 года по 2003 год. Несмотря на короткий период, за который имеются данные, была установлена зависимость спроса на деньги от экономического роста, степени монетизации экономики, уровня инфляции, процентных ставок и обменного курса. При этом факторами, повышающими спрос на деньги, являются экономический рост, степень монетизации, а также удорожание номинального обменного курса; а снижающими факторами – повышение уров-

ня инфляции и реальной процентной ставки. В данной модели четко прослеживается авторегрессия первого порядка, т.е. значение переменных M1, M2 и M2X на каждом шаге во многом зависит от значения на предыдущем шаге. С экономической точки зрения это очевидно. Следует отметить, что данная работа является лишь первой попыткой количественно оценить спрос на деньги и, естественно, не лишена недостатков. Поэтому полученные результаты следует рассматривать как предварительные, требующие уточнения по мере удлинения временных рядов. Мы надеемся, что данная статья послужит стимулом для дальнейших исследований спроса на деньги в Кыргызстане.

Рисунок 1



Литература

- 1 Arango, S and M I Nadiri (1981), "The Demand for Money in Open Economies," Journal of Monetary Economics 7, 69–84
- 2 Baumol, W (1952), "The Transactions Demand for Cash: an Inventory Theoretic Approach," Quarterly Journal of Economics 66, 545–556
- 3 Begg, D (1996), "Monetary Policy in Central and Eastern Europe: Lessons After a Half decade of Transition," IMF Working Paper WP 96/108, Washington, DC, IMF

- 4 Bolharyn, I, and K. Banaian (1998), "Modeling Money Demand in the Ukrainian Economy," *Russian and East European Finance and Trade* 34–3, 45–55
- 5 Buch, C (2001), "Money Demand in Hungary and Poland," *Applied Economics* 33, 989–999
- 6 Carr, J.L, and M.R. Darby (1981), "The Role of Money Supply Shocks in the Short-Run Demand for Money," *Journal of Monetary Economics* 8, 183–199
- 7 Cuthbertson K, and D Bredin (2001), "Money Demand in the Czech Republic Since Transition," *Policy Reform* 4, 271–290
- 8 Fair, R.C (1987), "International Evidence on the Demand for Money," *Review of Economics and Statistics* LXIX, 473–480
- 9 Friedman, M (1959), "The Demand for Money Some Theoretical and Empirical Results," *Journal of Political Economy* 67, 327–351
- 10 Hetzel, R.L. (1984), "Estimating Money Demand Functions," *Journal of Money, Credit and Banking* 16, 185–193
- 11 Poole, W (1987), "Monetary Policy Lessons of Recent Inflation and Disinflation," NBER Working Paper 0010
- 12 Sriram S.S (1999), "Survey of Literature on Demand for Money Theoretical and Empirical Work with Special Reference to Error-correction Models," IMF Working Paper WP 99/64, Washington, DC, IMF
- 13 Tobin, J (1956), "The Interest Elasticity of the Transactions Demand for Cash", *Review of Economics and Statistics*, August, 241–247
- 14 "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk", *Review of Economic Studies* 25 65–86
- 15 Walsh, C (1984), "Interest Rate Volatility and Monetary Policy," *Journal of Money, Credit and Banking* 16, 133–150

С. К. Кыдыралиев,

*кандидат физико-математических наук,
доцент, ассоциированный профессор направления
"Естественные науки и информационные технологии"*

А. Б. Урдалетова,

*кандидат физико-математических наук,
доцент Кыргызско-Турецкого университета "Манас"*

Некоторые приложения линейных разностных уравнений к экономиксу

Большим преимуществом разностных уравнений является то, что с их помощью, используя довольно ограниченный круг математических знаний и умений, можно перевести на язык математики (смоделировать) и решить широкий класс прикладных задач, в частности, экономических

Уравнение

$$x_n = ax_{n-1} + b \quad (1)$$